

Modellseismische Untersuchungen an Platten

von

Rudolf Buser

Modellseismische Untersuchungen an Platten.

I n a u g u r a l - D i s s e r t a t i o n

zur

Erlangung der Doktorwürde

der

Hohen Naturwissenschaftlichen Fakultät

der

Ludwig-Maximilians-Universität

zu

München



vorgelegt

von

Rudolf Buser

aus

Ludwigshafen am Rhein

Juni 1957

Diese Arbeit wurde im Geophysikalischen Institut der Universität München durchgeführt. An dieser Stelle möchte ich mich beim Leiter des Instituts, Herrn Professor Dr. H. Reich, herzlich für die Anregung dieser Arbeit und das rege Interesse an ihrem Fortlauf bedanken. Den Herren Privatdozent Dr. O. Förtsch und Dr. A. Korschunow verdanke ich eine Reihe wertvoller Ratschläge.

Berichterstatter: Professor Dr. Hermann R e i c h .

Tag der mündlichen Prüfung: 31. Juli 1957.

Inhaltsübersicht.

1. Zweck der Modellseismik.
2. Zweidimensionale Modellseismik - Großseismische Interpretation der Modelle.
 - 2.1 Das Vertikal-(Profil) Modell.
 - 2.2 Das Horizontal-(Schichten) Modell.
3. Experimenteller Aufbau der Messapparatur.
 - 3.1 Das Blockschaltbild.
 - 3.2 Der Impulsgenerator.
 - 3.3 Der Sender und Empfänger.
 - 3.4 Die übrigen Bausteine der Anlage.
4. Die Ausbreitung eines Impulses in einem Vertikalmodell.
 - 4.1 Das Entstehungszentrum der Wellen.
 - 4.2 Die mathematische Behandlung der Ausbreitung von P-, S- und R-Wellen.
 - 4.3 Die Bodenbewegung.
 - 4.4 Experimentelle Verifizierung.
5. Die Ausbreitung eines Impulses im Horizontalmodell.
 - 5.1 Dünne Platte in elastischem Kontakt mit der Umgebung.
 - 5.2 Gebogene Platte.
 - 5.3 Das Verhalten der P-Welle beim Übergang vom R_2 zum R_3 .
6. Zusammenfassung.
7. Nomenklatur.
8. Literaturhinweise.

Modellseismische Untersuchungen an Platten.

1. Zweck der Modellseismik.

Seit rund 60 Jahren dienen seismische Messungen zur genauen Erforschung des Erdinneren. (E.K. Bullen, 1947; L. Mintrop, 1910). Die Methode besteht darin, den Verlauf nahe der Erdoberfläche ausgehender elastischer Bodenwellen in näherer oder weiterer Entfernung des Störungszentrums zu registrieren und daraus Schlüsse auf die Schichtung des Erdinneren zu ziehen.

Zweifellos hat diese Methode bisher hervorragende Erfolge erzielen können. Trotzdem gibt es eine Anzahl von Fragen, die bisher nicht geklärt werden konnten. Zum Beispiel: Warum liefern die Messungen manchmal keine klar deutbaren Ergebnisse? Warum stimmen die aus seismischen Untersuchungen gewonnenen Ergebnisse mit denen von Bohrungen manchmal nicht überein? So ist es denkbar, daß die der Auswertung zugrunde liegende Theorie in den wesentlichen Zügen den physikalischen Sachverhalt richtig wiedergibt, daß jedoch spezielle Vorgänge bei der Erzeugung von Wellen und deren Ausbreitung durch eine verwickelte Bodenstruktur noch unbekannt und unbeachtet sind.

An dieser Stelle bietet sich mit der Modellseismik ein neuer Weg, den gesamten Entstehungs- und Fortpflanzungsmechanismus seismischer Wellen mit aller Sorgfalt zu studieren. In der Modellseismik werden aus geeigneten Materialien stark vereinfachte Modelle von Fällen, wie sie in der Natur auftreten, in erheblich verkleinertem Maßstab angefertigt und die Sprengung der Großseismik entsprechend der Modellgröße durch Ultraschallimpulse ersetzt.

Im einzelnen kann die Modellseismik drei Aufgaben lösen: Einmal können anhand von übersichtlichen Modellen die grundlegenden theoretischen Aussagen der Elastizitätstheorie, angewandt auf die Seismik, einer genauen experimentellen Prüfung unterzogen werden. In der Modellseismik ist eine eindeutige Prüfung möglich, weil die Verhältnisse nicht wie in der Natur durch die verschiedensten, oft in ihrer Auswirkung nicht zu

übersehenden Faktoren unter Umständen ganz unübersichtlich werden. Wir führen als Beispiel an: Prüfung der Theorie der Oberflächenwellen in dünnen Schichten (H.Lamb 1917), im geschichteten Halbraum (Lord Rayleigh 1885; K.Sezawa, Dispersion ... ; und K.Sezawa und E.Kangy, 1935).

Weiter können wir mit Hilfe der Modellseismik Probleme untersuchen, für die es noch keine Theorie oder nur theoretische Ansätze gibt, oder die Entscheidung zwischen zwei Hypothesen experimentell fällen. Als Beispiel geben wir: Untersuchung des Energieanteils, der bei einer Sprengung in elastische Wellen umgewandelt wird, Erklärung des physikalischen Vorgangs bei der Refraktionsseismik (M.Saller; Diss. Univ.München 1957; H.Reich 1927).

Schließlich kann man im Modell auch die elastischen Konstanten aller interessanten Materialien und deren Abhängigkeit von Druck, Temperatur etc. mit seismischen Methoden untersuchen. Ein Beispiel: Untersuchung der Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von der Druckbeanspruchung (R.Rösler 1954).

Die Idee, die großseismischen Verhältnisse im Labor nachzuahmen, hat eine Reihe bestechender Eigenschaften: Beliebige Modelle können bezüglich Größe und Material leicht verändert, beliebige Erregungen können reproduzierbar untersucht, beliebige Randbedingungen können realisiert werden. Diese Idee trat bei einer Diskussion mit Professor Reich im Sommer 1955 auf. Dieselbe Idee fanden wir später in Arbeiten von amerikanischen und russischen Autoren aus dem Jahr 1951 angeregt. (S.Kaufmann 1951; Rizinichenko 1951; Northwood, Anderson 1953). In der Zwischenzeit sind japanische Arbeiten auf dem Gebiet der Modellseismik erschienen (Y.Kato, A.Takagi 1955, 1956; J.Oliver 1954), die zeigen, daß die Modellseismik in der Tat einen Beitrag zum tieferen Verständnis aller seismischen Vorgänge liefern kann.

In der vorliegenden Arbeit wird zunächst der Aufbau einer Apparatur für modellseismische Untersuchungen beschrieben. Aus der Vielzahl der möglichen Problemstellungen werden drei besonders herausgegriffen: Die Richtcharakteristik eines seismischen Störungszentrums, die Ausbreitung von elastischen Wellen in dünnen Schichten über dem unendlichen Halbraum und das

Verhalten der P-Welle beim Übergang von im Verhältnis zur Wellenlänge dünnen zu dicken Platten. Außerdem wird gezeigt, daß die Ergebnisse der Theorie bezüglich des Verhaltens von Oberflächenwellen in dünnen Schichten mit dem Experiment gut übereinstimmen. Schließlich werden einige weitere experimentelle Untersuchungen mitgeteilt.

2. Zweidimensionale Modellseismik - Die großseismische Interpretation der Modelle.

Die hier vorliegende Arbeit beschränkt sich im wesentlichen auf zweidimensionale Modelle. Die Wahl von dünnen Schichten als Modell hat eine Reihe von Gründen: Dreidimensionale Modelle (R_3 -Modelle) sind teuer und schlecht zu handhaben, es ist schwierig, große Stoffmengen homogen zu erhalten. Alle diese Probleme fallen beim zweidimensionalen Modell (R_2 -Modell) weg. Weiter bietet das zweidimensionale Modell experimentelle Vorteile: Die Energieabgabe des Senders kann gegenüber dem R_3 -Modell geringer sein, weil die geometrische Abschwächung der Energie für Wellen im R_2 nur proportional $1/r$ ist (im R_3 prop. $1/r^2$). Wenn wir schließlich für den R_2 ein Pseudo-Poissonsches Verhältnis einführen - formal analog dem Poissonschen Verhältnis im R_3 - indem wir $v_P(R_3)$ durch $v_P(R_2)$ ersetzen, so zeigen R_2 -Modelle, wenn wir die im Handel leicht erhältlichen Materialien (z.B.: Gips, Blei, Messing, Plexiglas) zu Modellen benützen, eine bessere Übereinstimmung des Poissonschen Verhältnisses mit dem vom Gestein infolge der Abnahme der Geschwindigkeit der P-Welle in dünnen Platten gegenüber R_3 -Modellen aus den selben Materialien. (Siehe Tabelle I). Dies ist deswegen von Bedeutung, weil wir unsere Modelle stets möglichst naturgetreu aufbauen wollen. So ergibt z.B. für ein einfaches Modell, nämlich Reflexion von einfallenden P- und S-Wellen an einer Grenzfläche gegen Vakuum, die Rechnung bei gleichen Werten des Pseudo-Poissonschen Verhältnisses im R_2 und des Poissonschen Verhältnisses im R_3 gleiche Werte für die Reflexionskoeffizienten im R_2 und im R_3 , (A. Sommerfeld 1949).

2.1 Das Vertikal-(Profil) Modell.

Großseismisch kann man die Untersuchungen an Platten einmal als Vertikal-(Profil) Modell interpretieren: Hier wird in unserer Vorstellung an irgend einer Stelle der Erdoberfläche senkrecht zur Oberfläche eine im Vergleich zur verwendeten Wellenlänge dünne Scheibe herausgeschnitten und das damit vorliegende Profil als zweidimensionales Modell untersucht. (Bild 1). Dieses zweidimensionale Modell kann als einfache und leicht übersehbare Vorstufe für das allgemeine dreidimensionale Modell gedacht werden. Das zweidimensionale Modell zeigt nämlich bereits sämtliche elastischen Eigenschaften des dreidimensionalen Falls: Es existieren in ihm P-, S-Welle, an der Oberfläche die R-Welle. Die zugehörige mathematische und experimentelle Begründung geben wir weiter unten. Ferner gibt es reflektierte, gebrochene und refraktierte Strahlengänge; (Y. Kato, A. Takagi, 1955 u. 1956).

Als typisches Beispiel für ein derartiges Vertikalmodell erwähnen wir eine Arbeit, in der die Erde als eine aus verschiedenen Schichten aufgebaute Scheibe aufgefaßt wird. (Y. Kato, A. Takagi, 1956). Man kann im Vertikalmodell in einfacher Weise die Entstehung eines Seismogramms in allen seinen Phasen verfolgen. Spezielle Bedeutung auch hat das Vertikalmodell bei der Untersuchung der Strahlengänge der refraktierten Wellen. (M. Saller, 1957).

Bei der Wahl eines Profilmodells wird man von einfachen Profilen ausgehen.

2.2 Das Horizontal-(Schichten) Modell.

Hier handelt es sich großseismisch um die Untersuchung der Wellenausbreitung in horizontal gelagerten, einseitig oder zweiseitig in elastischem Kontakt mit der Umgebung stehenden, ausgedehnten Schichten, deren Dicke klein gegen die Wellenlänge ist und die in Richtung (symmetrisch) der Plattenausdehnung erregt werden. Im Gegensatz zum Vertikalmodell handelt es sich hier um einen in der Natur häufig vertretenen Fall, z.B. Schotter-schichten über kristallinem Untergrund. Auch hier wird man im Experiment zuerst von ganz einfachen Modellen aus-

	R_3	R_2
Poisson'sches Verhältnis	$\frac{1/2 - [v_s/v_p(R_3)]^2}{1 - [v_s/v_p(R_3)]^2}$	$\frac{1/2 - [v_s/v_p(R_2)]^2}{1 - [v_s/v_p(R_2)]^2}$
Felsgestein (Natur)	$\approx 0,25$	
Blei (Modell)	0,43	0,31
Messing (Modell)	0,35	0,28
Aluminium (Modell)	0,34	0,25

Tabelle I

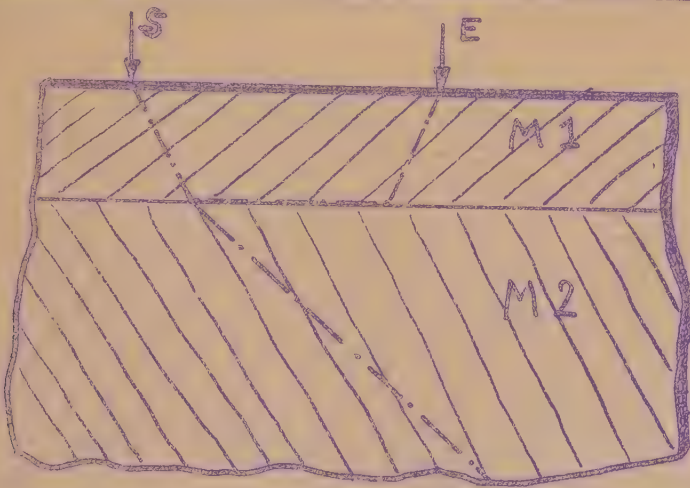


Bild 1.

Vertikalmodell,
M1 Medium 1.
M2 Medium 2.

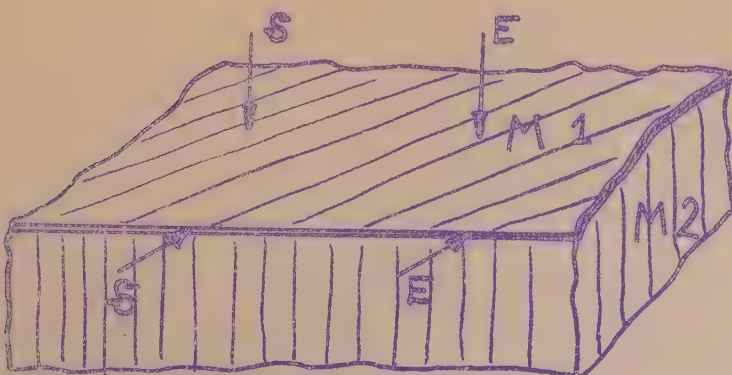


Bild 2.

Horizontalmodell,

gehen: z. B. die freie Platte, die in elastischen Kontakt mit der Umgebung stehende Platte. (Bild 2).

3. Der experimentelle Aufbau der Apparatur.

Wir wollen zuerst die grundsätzliche Funktionsweise des elektrischen Aufbaus in einem Blockschaltbild angeben. (Bild 3). Das Herz der Anlage ist der Impulsgenerator I. Von ihm aus wird erstens der Sender S erregt, der seinerseits die elektrischen Impulse in mechanische umwandelt, unmittelbar auf dem Modell M aufsitzt und ihm Impulse aufprägt. Zweitens wird von ihm die X-Auslenkung (Zeitachse) des Oszillographen O gesteuert. Durch Zwischenschaltung von elektronischen Gliedern G ist es möglich, den Einsatz der X-Ablenkung zeitlich zu verschieben.

Der ebenfalls am Modell aufsitzende Empfänger E wandelt die ankommenden mechanischen Schwingungen des Modells in elektrische um. Der Verstärker V verstärkt diese elektrischen Impulse. Von ihm gehen die Signale an die Y-Ablenkung (Amplitudenachse) des Oszillographen. An seinem Bildschirm wird somit die Oberflächenbewegung des Modells am Ort des Empfängers als Funktion der Zeit sichtbar gemacht. Vor dem Oszillographenschirm befindet sich eine photographische Registriereinrichtung R.

Die Zeitauslenkung (X-Auslenkung) wird mit Hilfe eines Impuls-generators Z geeicht.

Bild 4 gibt den Impulsplan der Anordnung.

3.1 Der Impulsgenerator.

In der verwendeten Anordnung wurde ein magnetostruktiver Sender benutzt. (Siehe Kap. 3.II). Bei solchen Sendern müssen, wenn man zu einer kurzzeitigen Erregung des Modells gelangen will, große Ströme in kurzer Zeit geschaltet werden. Hierzu eignen sich Thyratrons, gasgefüllte Mehrelektrodenröhren: Sie können mit der im Netz zur Verfügung stehenden Wechselspannung von 220 Volt betrieben werden. Dadurch wird der Vorgang gleichzeitig periodisch und läßt sich bequem beobachten. Der Zündensatz und somit die Größe des Stromsprungs läßt sich durch

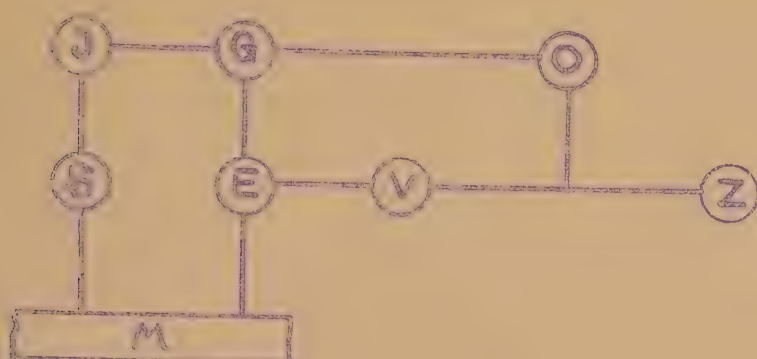


Bild 3.

Blockschaltbild
der elektrischen
Anordnung.

I Impulsgenerator
G Zeitverzögerung
O Oszillograph
S Sender
E Empfänger
Z Zeitmarkengenerator
M Modell

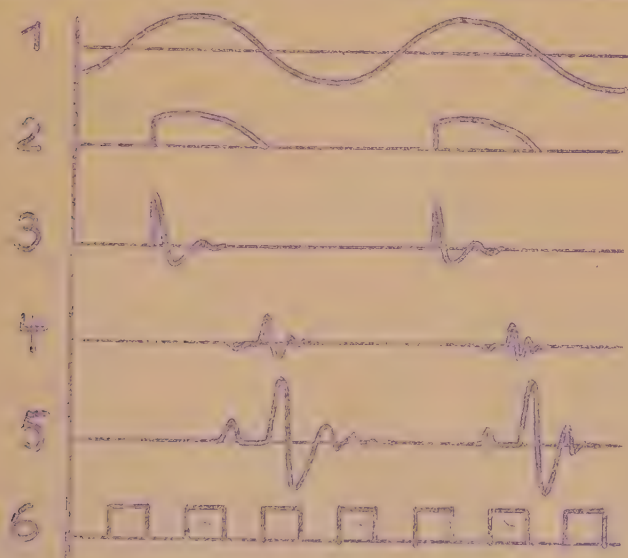


Bild 4.

Impulsplan.

1 Spannung am
Thyratron
2 Stromverlauf
in Thyro.
3 Senderimpuls.
4 Spannung an E
5 Spannung verstärkt
6 Zeitmarken

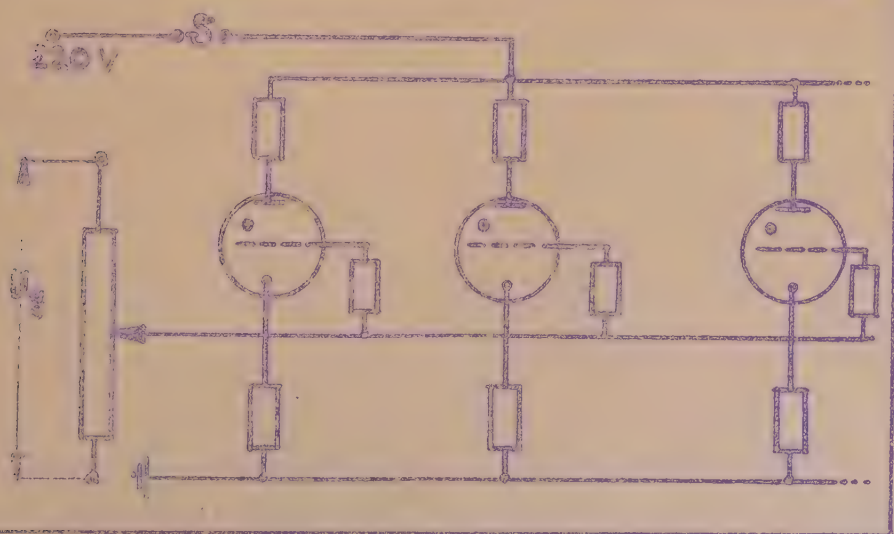


Bild 5:

Schaltung des
Thyratrons.

eine Vorspannung leicht regeln. Weiter kann man durch Parallelschaltung einer genügenden Anzahl von Thyratrons die Stromstärke in weiten Grenzen erhöhen. (Hierbei müssen die Röhren allerdings auf annähernd gleiche Zündverzugszeit ausgesucht und durch geeignete Schaltmaßnahmen zum gleichzeitigen Zünden gebracht werden.) In unserer Schaltung wurden fünf parallelgeschaltete, edelgasgefüllte Thyratrons PL 21 mit einer Zündverzugszeit von ungefähr $1 \mu\text{sec}$ verwendet.

Bild 5 gibt die verwendete Schaltung an.

3.2 Der Sender und Empfänger.

Da Sender und Empfänger die Messungen wesentlich beeinflussen können, wollen wir hier ihren Aufbau genauer beschreiben.

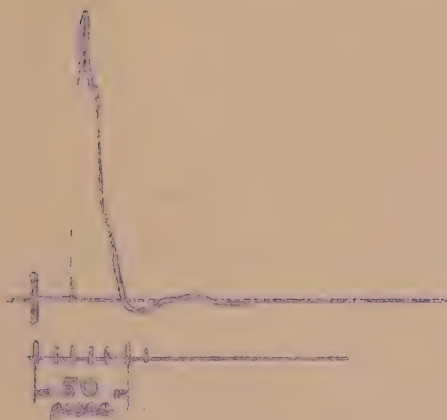
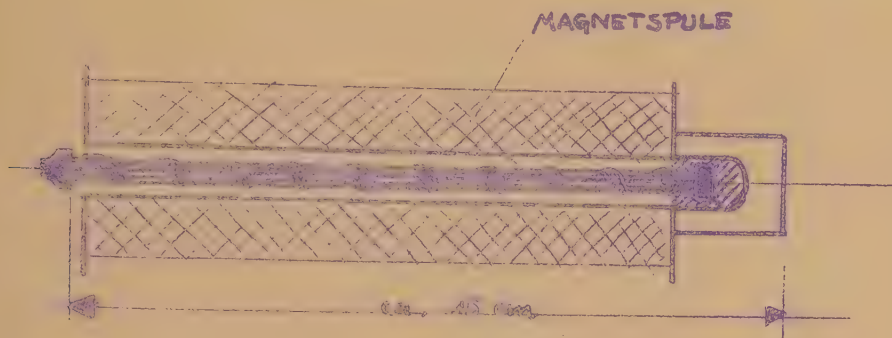
Für den Aufbau von Sendern, die einem Material einzelne Impulse aufprägen sollen, bieten sich zwei physikalische Effekte: Der piezoelektrische und der magnetostruktive Effekt. Aus apparativen wie physikalischen Gründen wurde in der vorliegenden Arbeit ein magnetostruktiver Sender benützt: Piezoelektrische Impulsgeber benötigen einmal einen großen Aufwand im Netzteil. Ausserdem sollte die Möglichkeit bestehen, den magnetostruktiven Effekt mit dieser Anordnung bezüglich seines Impulsverhaltens näher zu untersuchen, weil derartige Messungen in der Literatur noch wenig bekannt sind. (Über Ergebnisse dieser Untersuchung wird getrennt berichtet.)

Von der Vielzahl der existierenden magnetostruktiven Materialien (R. Bozorth, 1951) wurde bei den hier mitgeteilten Messungen ein Bündel von Ni-Fe-Stiften verwendet. Der Impuls, der dem Medium vom Sender aufgeprägt wird, hängt von den Eigenschaften des magnetischen Materials und von der Zeitkonstante des elektronischen Schalters ab. Will man eine möglichst steile Anstiegsflanke t_a des mechanischen Impulses haben (bezüglich der Bedeutung der Anstiegsflanke; siehe Abschnitt 4.1.) so muß die Anstiegsflanke des elektrischen Impulses möglichst steil sein, d.h. die Zeitkonstante klein sein. Das magnetostruktive Material folgt dann allmählich dem Impuls des elektromagnetischen Feldes entsprechend den auftretenden Wirbelstrom- bzw. Relaxationsverlusten; (Rodbell D., C. Bean, 1955.). In vorliegenden Fall betrug die Zeitdauer der Anstiegsflanke ungefähr $10 \mu\text{sec}$.

Ein schwieriges Problem beim magnetostriktiven Schwinger ist die Vermeidung von unerwünschten Eigenschwingungen des Senders, die auf die erzwungene magnetostriktive Ausdehnung des Materials erfolgen. Denn selbst wenn alle Voraussetzungen zur Erzeugung eines idealen Rechteckimpulses voll gegeben sind, macht der Schwinger diese Impulsform mechanisch nur dann mit, wenn seine Eigenfrequenz weit oberhalb der höchsten Erregungsfrequenz liegt und er stark gedämpft ist. Man kann diese Forderung nur begrenzt erfüllen: Weil die Längenänderung Δl prop. der Stablänge l ist, kann man eine gewisse Mindestlänge des Stabes nicht unterschreiten, wenn man genügend Energie dem Medium zuführen will. Damit ist die Eigenfrequenz festgelegt. Große Dämpfung verschlechtert die Energieabgabe weiter. Aus diesem Grunde muß man bei der Konstruktion des Senders einen Kompromiß schließen: (Bild 6). Die einzelnen Drahtstifte waren 10 cm lang und wurden mit einem Elektroisolen umwickelt und an der Rückseite mit Plastilin gedämpft. Bild 6 läßt erkennen, daß die Beseitigung der Eigenschwingungen nicht vollständig gelungen ist. Die abgegebenen Impulse entsprechen jedoch in groben Zügen den Verhältnissen, wie sie bei Sprengungen vorliegen.

Zur Aufnahme und Wiedergabe der mechanischen Schwingungen am Modell wurde der piezoelektrische Effekt verwendet. Als Material diente ein auf der Grundlage von Bariumtitanat aufgebautes Blättchen (H. Baeker, 1956) mit einer Empfindlichkeit von ungefähr 10^{-7} Volt / dyn/cm². In Bild 7 ist der konstruktive Aufbau des Empfängers wiedergegeben. Im Prinzip treten beim Empfänger die gleichen mechanischen Probleme wie beim Sender auf, infolge der geringen Bodenbewegung durch die elastischen Wellen können sie jedoch völlig vernachlässigt werden. Die vom Empfänger abgegebene Spannung wird verstärkt und geht zum Oszillographen. Es bereitet keine Schwierigkeit, die Bodenbewegung amplituden- und phasengetreu am Oszillographen sichtbar zu machen.

Ein experimentelles Problem, das besonders beim Empfänger eine gewisse Rolle spielt, ist der Kontakt zwischen Empfänger und Modell. Durch die Oberflächenrauigkeit der Modellmaterialien war der Kontakt zwischen Empfänger und Modell nicht immer gleich gut. Dies wirkt sich auf die Amplitudenausbeute aus. Die Amplituden der Seismogramme, die in wachsendem Abstand



vom Sender aufgenommen wurden, zeigen daher neben der Abnahme der Amplitude durch geometrische Abschwächung der Wellen und materialbedingte Absorption einen gewissen Streubereich.

3.3 Verstärker, Oszillograph, Zeitmarkengenerator, photographische Registrierung.

Beim Aufbau des Verstärkers wurde eine der üblichen Breitbandverstärkerschaltungen verwendet. (Elmore Sands). Als Oszillograph wurde ein Breitbandoszillograph der Firma Philips und ein Oszillaret der Firma Siemens verwendet. Zur Zeiteichung diente ein Rechteckimpulsgenerator. Die photographische Aufnahme wurde mit einer normalen Kamera mit Vorsatzlinse durchgeführt.

4. Die Ausbreitung eines Impulses in einem Vertikalmodell.

Wir prägen dem Modell, wie es in entsprechender Weise in der Großseismik durch eine Sprengung geschieht, mit dem Sender einen Impuls auf, und verfolgen mit dem Empfänger die sich im Modell ausbreitende Störung, wie es im Bild 1 angedeutet ist.

4.1 Das Entstehungszentrum der Wellen.

Zunächst wollen wir den Impuls betrachten, den der Sender ans Medium abgibt, indem wir den Sender unmittelbar auf den Empfänger einwirken lassen. (Bild 8) Diese Impulsform ist von wesentlicher Bedeutung im Hinblick auf die Größe des Modells und für den Fall, daß die erregten Wellen Dispersion zeigen. (Auf letzteren Fall gehen wir in Abschnitt 5 ein). Für die Wahl der Größe des Modells ist die Wellenlänge Λ der erregten Grundfrequenz: (Frequenzglied der Fourierreihe mit größtem Amplitudenfaktor) der Bezugswert; im Fall des Profilmodells wurden die Verhältnisse stets so gewählt, daß Länge und Breite des Modells $\gg \Lambda$, die Dicke $\ll \Lambda$, war. Λ selbst ergibt sich aus der Gleichung $v = f \cdot \Lambda$, wobei v die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle ist, die wir aus der Laufzeitkurve bestimmen. Die Frequenz $f = 1/\tau$ berechnen wir aus der Dauer der Anstiegsflanke des Impulses mit dem Ansatz $f \approx \frac{1}{4\tau_a}$. Die Art der Abgabe der Senderenergie an das Medium

konnte bisher trotz ihrer Bedeutung für die Anwendung in der Praxis nicht in allen Einzelheiten geklärt werden. Jedoch kann man, durch die Beobachtung unterstützt, folgenden Mechanismus annehmen (Bild 9) : An der Kontaktstelle zwischen Sender und Medium, bzw. in der Umgebung des Sprengzentrums entsteht bei der Erregung des Mediums im allgemeinen zunächst eine Stoßwelle. Ihre Energie wird schnell infolge der irreversiblen Vorgänge im Medium, die sie hervorruft, verbraucht. Wenn die durch die Stoßwelle im Medium hervorgerufene Spannung den Elastizitätsbereich des Mediums nicht mehr überschreitet, entstehen die üblichen elastischen Wellen, die sich mit der dem Medium entsprechenden Geschwindigkeit ausbreiten. Das Entstehungszentrum der normalen seismischen Wellen liegt in um so größerer Entfernung von der Kontaktstelle Sender - Medium, je höher die Energie ist, die der Sender abgibt; in den hier durchgeführten Experimenten spielt sich dieser Prozeß in unmittelbarer Umgebung des Senders ab.

Grundsätzlich hat man bei der Erregung eines Mediums eine ganze Kette von Energieumsätzen:

Sprengung	Sender
W(Chemisch) $\longrightarrow$	W(Elektromagnetisch) $\longrightarrow$
W(Kinetisch Gas) + W(Verluste).	W(Kinetisch Stab) + W(Verluste)
W(Kinetisch, Gas) $\longrightarrow$	W(Kinetisch, Stab) $\longrightarrow$
W(Plastische Deformation)	W(Plastische Deformation)
+W(Elastische Deformation)	+W(Elastische Deformation)
W(Elastische Deformation) $\longrightarrow$ $W_P + W_S + W_R$	

Bei der Durchsicht dieser Energiegleichungen treten folgende, für die Praxis wichtige Fragen auf:

- 1) Wie teilt sich die von der erregenden Quelle zugeführte kinetische Energie auf in Elastische Energie und Deformationsenergie?
- 2) Wie teilen die P-, S-, R-Welle die elastische Energie untereinander auf?
- 3) Gibt es für die P-, S-, R-Welle in Abhängigkeit von der Erregung für die Abstrahlung energetisch bevorzugte Rich-

tungen?

4) Kann man bevorzugt nur einen Wellentyp anregen?

Es ist einleuchtend, daß eine allgemeine Beantwortung dieser Fragen äusserst schwierig ist. Wir wollen im folgenden alle angeschnittenen Fragen im Hinblick auf eine modellseismische Prüfung diskutieren, das Hauptaugenmerk jedoch auf die dritte Frage richten.

Die Aufteilung der von der erregenden Quelle zur Verfügung gestellten Energie in elastische Energie und Deformationsenergie kennzeichnet den Wirkungsgrad der Störungsquelle. Man kann theoretisch zeigen, daß es unter den günstigsten Verhältnissen möglich ist, etwa 50 % der Senderenergie in elastische Energie umzuwandeln, und zwar dann, wenn die wirkenden Kräfte sehr plötzlich einsetzen. Im allgemeinen ist dieser Wirkungsgrad erheblich geringer (Suzawa, 1936). Eine Messung des Anteils der Deformationsenergie war mit unseren Mitteln nicht möglich.

Die P-, S-, R-Wellen teilen die elastische Energie untereinander auf. Die Aufteilung selbst hängt jeweils von der speziellen Art der Erregung ab. Wir werden weiter unten die Verhältnisse der Flächendichten der Energien von R- und P-Welle den Messungen entnehmen. Wie man leicht zeigen kann, besteht zwischen den Flächendichten der Energie und den Wellenamplituden folgender Zusammenhang:

$$W_R / W_P = A^2 / E^2 \quad (A, E \text{ Amplituden der R bzw. P-Welle}),$$

Dass P- und S-Wellen eine von der Form des erregenden Störungszentrums abhängige Richtcharakteristik haben, kann man anschaulich folgendermaßen einsehen: Wir betrachten einen zweidimensionalen Sender, der auf ein zweidimensionales Modell wirkt und unterscheiden zwei Grundfälle:

- 1) Der Sender gibt symmetrisch zur Y-Achse nur Störungen in Richtung der positiven und negativen X-Achse ab.
 "Pulsierendes Rechteck". (Die abgegebenen Störungen sollen längs d gleiche Phase und Amplitude haben.) Dann muß rein anschaulich der Sender ein Strahlungsfeld entsprechend Bild 10 haben. Ausgedehnte mathematische Rechnungen bestätigen dies (P.Heelan 1953).
- 2) Der Sender gibt Störungen nur in Richtung der negativen

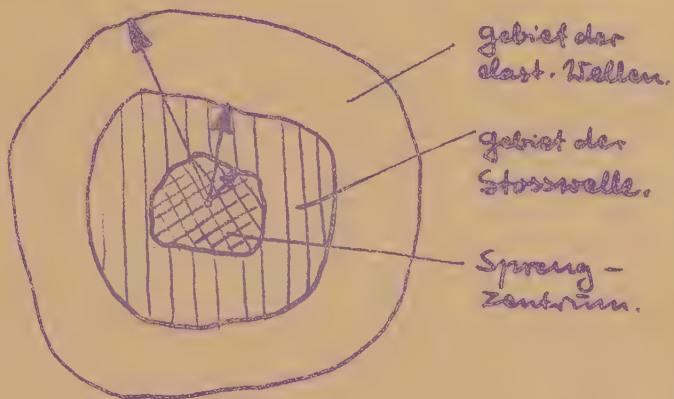


Bild 9.

Die Umgebung
des Sprengzentrums.

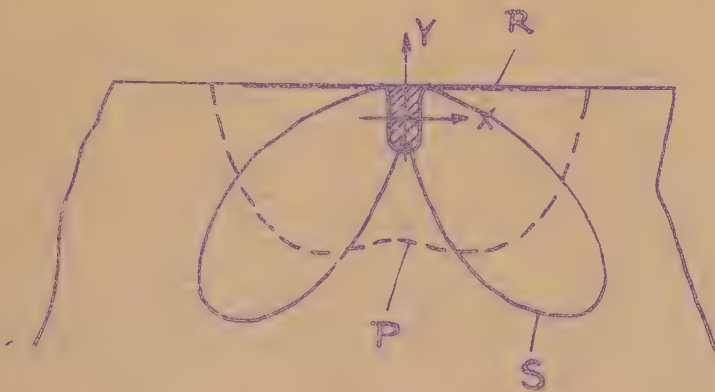


Bild 10.

Strahlungsfeld
des Senders bei
Ausdehnung des
Senders nur in
X-Richtung.

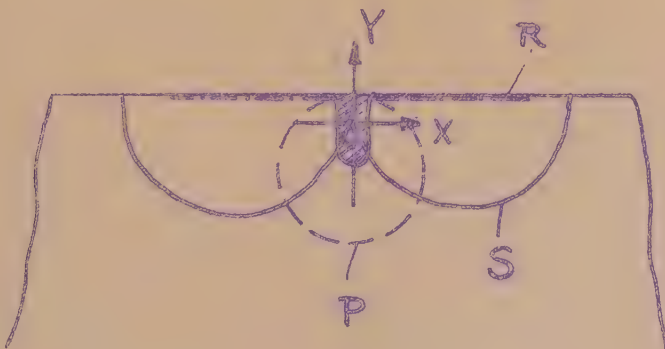


Bild 11.

Strahlungsfeld
des Senders bei
Ausdehnung des
Senders nur in
Y-Richtung.

Y-Achse ab. Dann erhält man ein Strahlungsdiagramm nach Bild 11. (Die in Bild 10 und 11 angegebenen Strahlungscharakteristika geben die Größe der Amplitudenabstrahlung als Funktion des Ortes für einen bestimmten Amplitudenwert für die P-, S-, R-Welle in willkürlichen Einheiten. Die Amplituden der verschiedenen Wellen dürfen jedoch in dieser Darstellung nicht aufeinander bezogen werden.)

Im allgemeinen Fall eines Störungszentrums wird das Strahlungsdiagramm eine Überlagerung von Fall 1) und 2) sein. Wir werden weiter unten diese Überlegungen experimentell bestätigen und zeigen, daß der hier angewandte Sender in der Tat annähernd eine Charakteristik hat, wie Bild 10 angibt.

Dieses am zweidimensionalen Modell abgeleitete Ergebnis läßt sich nun leicht auf den dreidimensionalen Fall übertragen. Hier ist das angegebene Strahlungsfeld rotationssymmetrisch ausgebildet. Im Falle einer Sprengung in einem Bohrloch wird man nach diesen Überlegungen ein Strahlungsdiagramm ähnlich wie in Bild 10 erwarten müssen. Experimentelle Messungen über dieses Problem liegen in der Großseismik nicht vor. Vielleicht kann die bekannte Tatsache, daß man bei Sprengungen wenig Transversalwellenenergie erhält, aus dieser Strahlungscharakteristik erklärt werden. (C.H. Jeffreys 1944-45).

4.2 Die mathematische Behandlung der Ausbreitung von P-, S-, R-Welle in dünnen Platten.

Für die Ableitung der Geschwindigkeit der P- und S-Welle in zweidimensionalen Modellen sind zwei Möglichkeiten bekannt: Man geht einmal aus von der Differentialgleichung für die Ausbreitung elastischer Wellen in unendlich ausgedehnten Körpern endlicher Dicke, sucht eine die Randbedingungen befriedigende Lösung und läßt in der Lösung die Dicke gegen 0 gehen. (H. Lamb, 1917). Oder man geht von einer bereits genügend dünnen Platte aus, macht bestimmte Annahmen bezüglich der Komponenten des Spannungstensors und betrachtet nur Mittelwerte der Spannungs- und Dehnungskomponenten und Verschiebungen (gemittelt über die Plattendicke.) Damit gelangt man zu einer Differentialgleichung für die Mittelwerte der Verschiebungen, die den üblichen des dreidimensionalen Raums entsprechen, wenn man λ durch $\lambda / 1 + \frac{\lambda}{2\mu}$ ersetzt. Dies ist die Methode des "generalized plane stress". (A. Love, 1954).

Im folgenden soll eine elementare, bisher nicht bekannte Ableitung der Geschwindigkeit der Wellenausbreitung in dünnen Platten gegeben werden, die sich in ihren Grundzügen auf Sommerfeld's "Mechanik der deformierbaren Medien" stützt. (A. Sommerfeld, 1949).

Wir gehen aus von Stäben: Hier gilt das Hooke'sche Gesetz:

$$\sigma = \epsilon \cdot E$$

E Elastizitätsmodul

σ Normalspannung

$$\epsilon = \Delta l / l$$

relative Längenänderung.

Bei einer Belastung eines Stabes haben wir im allgemeinen ausser einer Längenänderung auch eine Querkontraktion $-\epsilon'$.

Wir setzen $|\epsilon'| / \epsilon = \nu$

und bekommen $\epsilon' = -\frac{\nu}{E} \sigma$ (ν = Poisson'sches Verhältnis)

Man kann nun diesen Sachverhalt vom Stab auf den allgemeinen Spannungszustand übertragen. Denn wir können den Spannungszustand im 2-dimensionalen Fall aus der Superposition von 2 einseitigen, im 3-dimensionalen Fall aus der Superposition von 3 einseitigen Spannungen nach den 2 bzw. 3 Hauptachsen entstanden denken und ihn wie im Fall des Stabes behandeln. Wegen der Linearität der Spannungs-Dehnungsbeziehungen können wir auch die Spannungen und die zugehörigen Dehnungen superponieren. Die Dehnung nach der Hauptachse 1 wird nicht nur durch die Spannung σ_1 , sondern auch als Querkontraktion durch die in der Hauptachse 2 im Zweidimensionalen und durch die in den Hauptachsen 2 und 3 im Dreidimensionalen wirkenden Spannungen bestimmt.

Es ergibt sich für den

R_2

R_3

wegen der zw. Hauptspannung und Hauptdehnung bestehenden

Linearität:

$$\epsilon_1 = \alpha_1 \epsilon_1 + \epsilon_2 \epsilon_2$$

$$\epsilon_2 = \dots \dots$$

$$\epsilon_1 = \alpha_1 \epsilon_1 + \epsilon_2 (\epsilon_2 + \epsilon_3)$$

$$\epsilon_2 = \dots \dots$$

$$\epsilon_3 = \dots \dots$$

(Die Indices 0 beschreiben den R_2 -Fall, die Indices ∞ den R_3 - Fall)

Durch Hinzufügen von $\pm b_i \varepsilon_i$ bzw. $\pm b_{-i} \varepsilon_i$ entsteht

$$\sigma_1 = (a_1 - b_1) \varepsilon_1 + b_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad \sigma_1 = (a_{-1} - b_{-1}) \varepsilon_1 + b_{-2} (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3)$$

Oder allgemein, wenn wir λ_0, μ_0 bzw. λ_{-1}, μ_{-1} einführen

(λ_0, μ_0)

Lame'sche Konstanten)

$$\sigma_1 = 2 \mu_0 \varepsilon_1 + \lambda_0 \sum_2 \varepsilon$$

$$\sigma_i = 2 \mu_{-1} \varepsilon_i + \lambda_{-1} \sum_3 \varepsilon$$

Entsprechend unseren obigen Ausführungen können wir setzen

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_2$$

$$\varepsilon_{-1} = \frac{\sigma_{-1}}{E} - \frac{\nu}{E} (\sigma_2 + \sigma_3)$$

oder allgemein

$$\varepsilon_i = \frac{1+\nu}{E} \sigma_i - \frac{\nu}{E} \sum_2 \sigma_i$$

$$\varepsilon_i = \frac{1+\nu}{E} \sigma_i - \frac{\nu}{E} \sum_3 \sigma_i$$

Durch Addition gewinnt man

$$\sum_2 \varepsilon = \frac{1+\nu}{E} \sum_2 \sigma - \frac{2\nu}{E} \sum_2 \sigma$$

$$\sum_3 \varepsilon = \frac{1+\nu}{E} \sum_3 \sigma - \frac{3\nu}{E} \sum_3 \sigma$$

$$= \frac{1-\nu}{E} \sum_2 \sigma$$

$$= \frac{1-2\nu}{E} \sum_3 \sigma$$

Durch Einsetzen in ε_i bekommt man

$$\varepsilon_i = \frac{1+\nu}{E} \sigma_i - \frac{\nu}{1-\nu} \sum_2 \varepsilon$$

$$\varepsilon_i = \frac{1+\nu}{E} \sigma_i - \frac{\nu}{1-2\nu} \sum_3 \varepsilon$$

$$\sigma_1 = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_1 + \frac{E\nu}{1-\nu} \sum_2 \varepsilon$$

$$\sigma_i = \frac{E}{1+\nu} \varepsilon_i + \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \sum_3 \varepsilon$$

Durch Vergleich findet man

$$\frac{E}{1+\nu} = 2 \mu_0$$

$$\frac{E}{1+\nu} = 2 \mu_{-1}$$

$$\mu_0 = \mu_{-1} = \mu$$

$$\frac{E\nu}{1-\nu^2} = \lambda_0$$

$$= \lambda_0 \frac{1-2\nu}{1-\nu}$$

$$= \lambda_0 \frac{1}{1+\lambda_0/2\mu}$$

$$\frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} = \lambda_{-1}$$

Im folgenden setzen wir $\lambda_{-1} = \lambda$

Daraus gewinnen wir folgendes Ergebnis: Alle Formeln, in denen μ allein vorkommt, sind im R_2 gleich denen im R_3 . Bei Formeln, die λ enthalten, muß man im 2-dimensionalen Fall λ durch λ_0 ersetzen. Dies hat für die Geschwindigkeiten der Wellenausbreitung und das Poisson'schen Verhältnis folgende Bedeutung: (Die Geschwindigkeiten im 3-dimensionalen Fall setzen wir als bekannt voraus) Siehe Blatt 18.

Die so gewonnenen Ergebnisse sind in völliger Übereinstimmung mit denen anderer Autoren. (H. Lamb, 1917, A. Love, 1926, F. Sauter, 1948).

Die Art der Ableitung kann allerdings keine Aussagen machen über das Verhalten der Wellen beim Übergang vom R_2 zum R_3 . Bezüglich der Oberflächenwellen verweisen wir auf die zitierten Arbeiten (Lord Rayleigh, 1885; G. Angenheister, 1950; O. Förstner, 1953).

$v_p = \sqrt{\frac{4\mu(\lambda + \mu)}{g(2\mu + \lambda)}}$	R_2	$v_p = \sqrt{\frac{2(\mu + \lambda)}{g}}$	R_3	P - WELLE
Bezüglich des Übergangs von $v_p(R_2) \rightarrow v_p(R_3)$ siehe weiter unten.				
$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{g}}$	R_2	$v_s = \sqrt{\frac{\mu}{g}}$	R_3	S - WELLE
Hier ist der Übergang von $R_2 \rightarrow R_3$ sicherlich monoton, d.h., die S - Welle hat eine von der Dicke unabhängige Geschwindigkeit.				
$\begin{aligned} & \left(2 - \frac{v_R^2}{v_s^2}\right)^2 \\ &= 4\left(1 - \frac{v_s^2}{v_p^2(R_2)}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{v_R^2}{v_s^2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$	R_2	$\begin{aligned} & \left(2 - \frac{v_R^2}{v_s^2}\right)^2 \\ &= 4\left(1 - \frac{v_R^2}{v_p^2(R_3)}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{v_R^2}{v_s^2}\right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$	R_3	R - WELLE
$\frac{\frac{1}{2} - [v_s/v_p(R_2)]^2}{1 - [v_s/v_p(R_2)]^2}$	R_2	$\frac{\frac{1}{2} - [v_s/v_p(R_3)]^2}{1 - [v_s/v_p(R_3)]^2}$	R_3	POISSON'SCHES VERHÄLTNISS
"Pseudo - Poisson'sches Verhältnis"				

4. 3 Die Bodenbewegung.

Wir wollen kurz den Fall untersuchen, welchen Verlauf der Amplitudenbewegung wir an der Oberfläche zu erwarten haben, wenn wir in angegebener Weise dem Modell einen kurzzeitigen Impuls aufprägen. Für den Fall eines unendlichen Halbraumes eines isotropen elastischen Körpers ist das Problem gerechnet (H. Lamb 1904). Man findet hier folgendes Ergebnis: Zunächst gelangt eine kleine Störung zum Empfänger, die sich mit der Geschwindigkeit der longitudinalen Wellen ausbreitet. Die Störung besteht aus einem einmaligen Hin- und Herschwingen. In grösserem Abstand zieht sich diese Schwingung etwas weiter auseinander, die Amplitude nimmt ab. Nach einer gewissen Ruhezeit folgt eine zweite kleine Störung, die sich mit der Geschwindigkeit der Transversalwelle ausbreitet. Ihr unmittelbar folgt die Hauptstörung, sie behält ihre Ausdehnung konstant; ihre Abschwächung ist gering. Es handelt sich um die Rayleighwelle. Bild 12 zeigt die vertikale Bewegung, die man mit einem Empfänger, der wie in Bild 1 angebracht ist, aufnimmt. Der Verlauf wird sicherlich verwickelter, wenn die Störfunktion, wie in unserem Fall, einen komplizierteren Verlauf zeigt (Bild 8); trotzdem bleibt er im wesentlichen erhalten. Es erscheint plausibel, daß dieser Verlauf sich in seiner Form nicht wesentlich ändern wird, wenn man vom dreidimensionalen unendlichen Halbraum zur zweidimensionalen unendlichen Halbfläche (d.h. einem Vertikalmodell) übergeht. Wir werden diese Annahme experimentell bestätigen. Damit haben wir außer der Aufnahme der Laufzeitkurve eine weitere Möglichkeit, die ankommenden Wellen zu identifizieren. (Dies spielt in der Großseismik wegen der meist verwickelteren Struktur der Seismogramme allerdings keine besondere Rolle).

4. 4 Die experimentelle Verifizierung.

Wir geben im Folgenden den Verlauf der Seismogramme für ein Vertikalmodell aus einer Bleiplatte zwischen 0 und 1 m Sender-Empfänger-Abstand wieder (Bild 13). In anderen Medien wie Gips, Messing, Aluminium, Plexiglas ist das Bild im Prinzip das gleiche, daher beschränken wir uns darauf, den Ausbreitungsvorgang im Falle des Bleimodells genauer zu

verfolgen.

Die Markierung P_1 bezeichnet den ersten sichtbaren Einsatz, die Markierungen $P_2, P_3 \dots$ stellen spätere Phasen der Störung dar. Der Einsatz der Reihe P_1 zieht sich bis zu einem SE-Abstand von ca. 40 cm allmählich auseinander und bleibt dann annähernd konstant. Man kann diese Tatsache deuten durch selektive Absorption im Medium, derart, daß höhere Frequenzen stärker absorbiert werden als niedrigere. In größerer Entfernung (etwa 50 cm) tauchen weitere Einsätze vom Typ P_1 auf, die von reflektierten Strahlengängen herrühren. Bezüglich der genaueren Deutung dieser Einsätze verweisen wir auf die angegebene Literatur (Y.Kato, A.Takagi, 1955 u. 1956; M.Saller, 1957).

Die Einsätze der R_1 , die sich in einem SE-Abstand von ca. 30 cm klar herausheben, sind stark ausgeprägt und haben eine auffallend grosse Amplitude, die ziemlich konstant ist. Dem Einsatz R_1 folgen eine Reihe von Schwingungen, deren Amplituden in groben Zügen wie die einer gedämpften Schwingung abklingen. Dieses Nachschwingen rührt vermutlich vom Nachschwingen des erregenden Impulses und von Eigenschwingungen des Materials her.

Zeichnet man die Laufzeitkurven für die Einsätze P_1 und R_1 und vergleicht sie mit den nach der Theorie zu erwartenden Werten (Bild 14, Tabelle II), so stellt man recht gute Übereinstimmung fest, wenn man P_1 als den Einsatz der P-Welle und R_1 als den Einsatz der R-Welle deutet. Äußere Form und Verlauf bestätigen die Richtigkeit der Deutung.

Wir vermissen klare Einsätze der S-Welle. Es bestand die Vermutung, daß dies an der Strahlcharakteristik des Senders liegt. Um dies zu untersuchen, wurde folgende Messungen durchgeführt: Der Sender blieb fest und der Empfänger wandert, wie im Bild 15 angegeben, am Modell entlang. Wenn der Sender die oben angegebene Strahlcharakteristik hat, müßte man hier deutlich einen Einsatz feststellen, der der S-Welle zugeordnet werden kann. Bild 16 zeigt die Seismogramme, das Ergebnis ist: Wir finden tatsächlich einen S-Welleneinsatz und müssen demnach eine Strahlcharakteristik nach Bild 15 annehmen.

Die Strahlcharakteristik bezüglich der P-Welle kann man aus folgendem Versuch ableiten: An der Bleiplatte wird eine Einkerbung angebracht. Der Sender wurde in den acht angegebenen Stellungen am Modell befestigt und die beim Empfänger ankommenden Signale



Bild 12.

Der mathematisch
berechnete Verlauf
der Bodenbewegung
(nach LAMB).

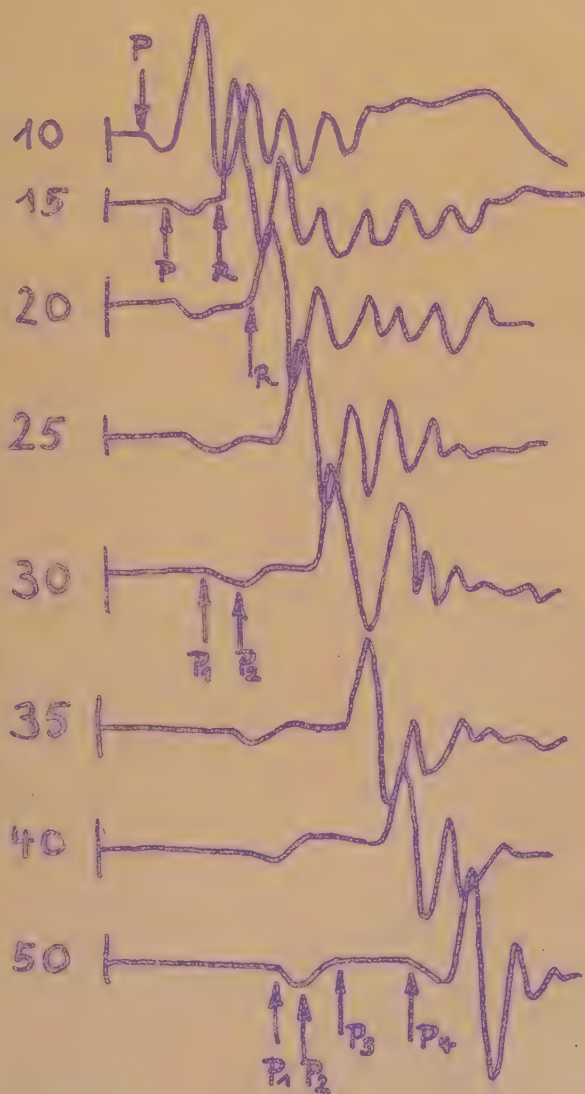


Bild 13.

Seismogramme,
aufgenommen an
einer Bleiplatte
0,1 x 50 x 100 (alle
Maße in cm).

Die bei jedem
Seismogramm
angegebenen Zahlen-
werte geben den Sender-
Empfängerabstand in cm.

m/sec	Experimentell		berechnet (nach KOHLRAUSCH)	
	$v_p(R_2)$	$v_R(R_2)$	$v_p(R_2)$	$v_R(R_2)$
BLEI	1320	660	1325	650
GIPS	2200	1200	—	—
MESSING	3700	1850	3750	1950

Bild 14. Experimentell gefundene Laufzeitkurven in Blei, Gips und Messing.

14a. Oberflächenschwellen.

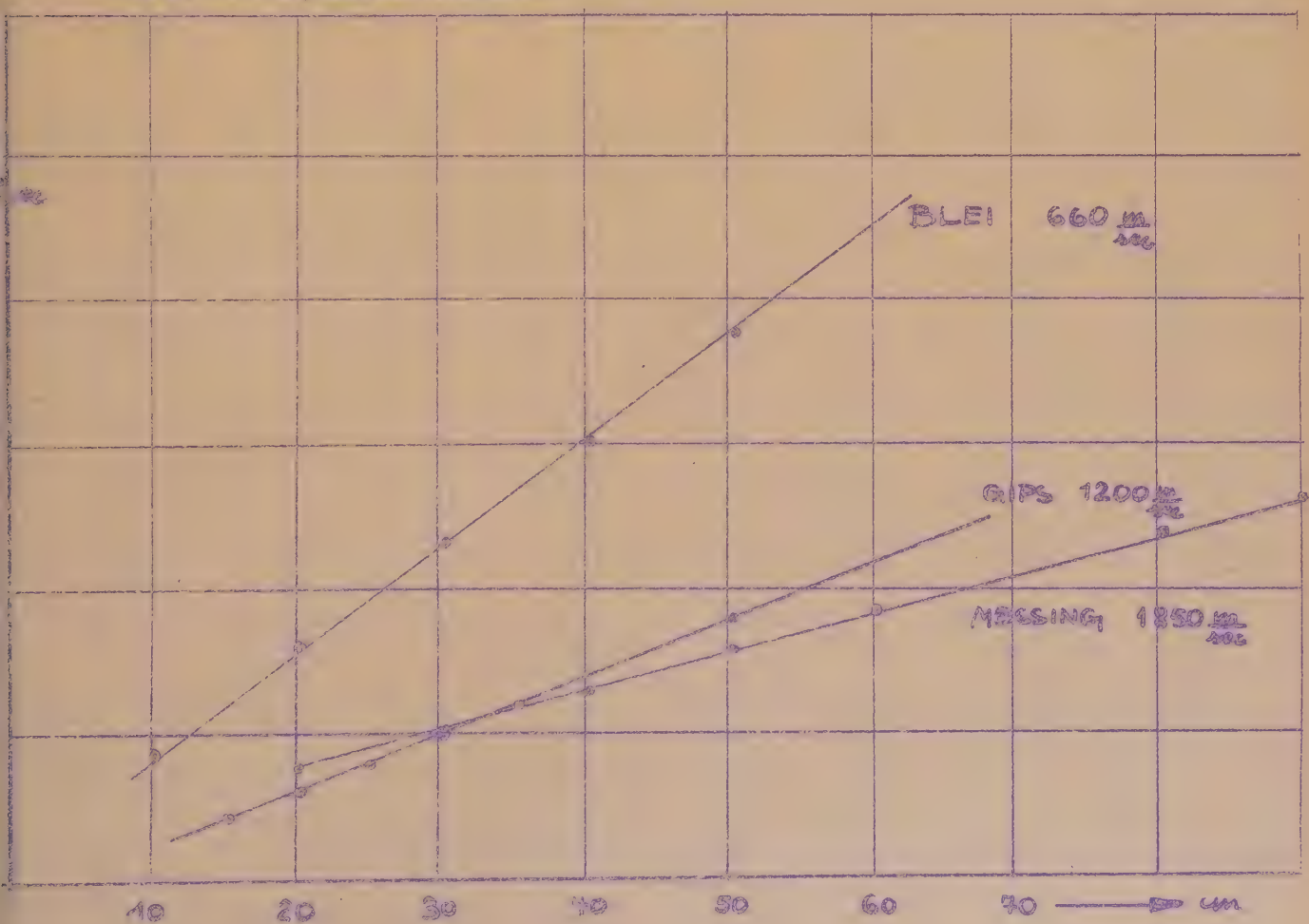


Bild 14 b. P-Wellen.

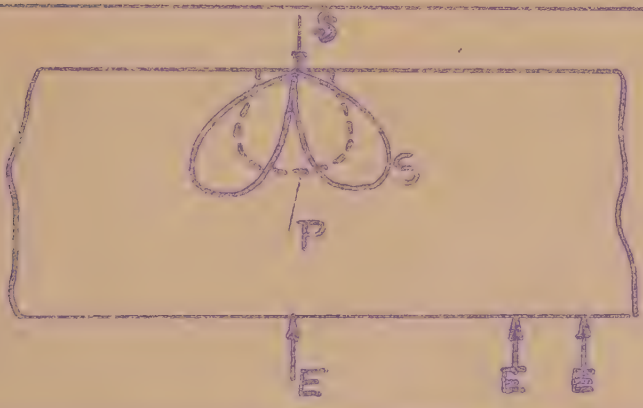
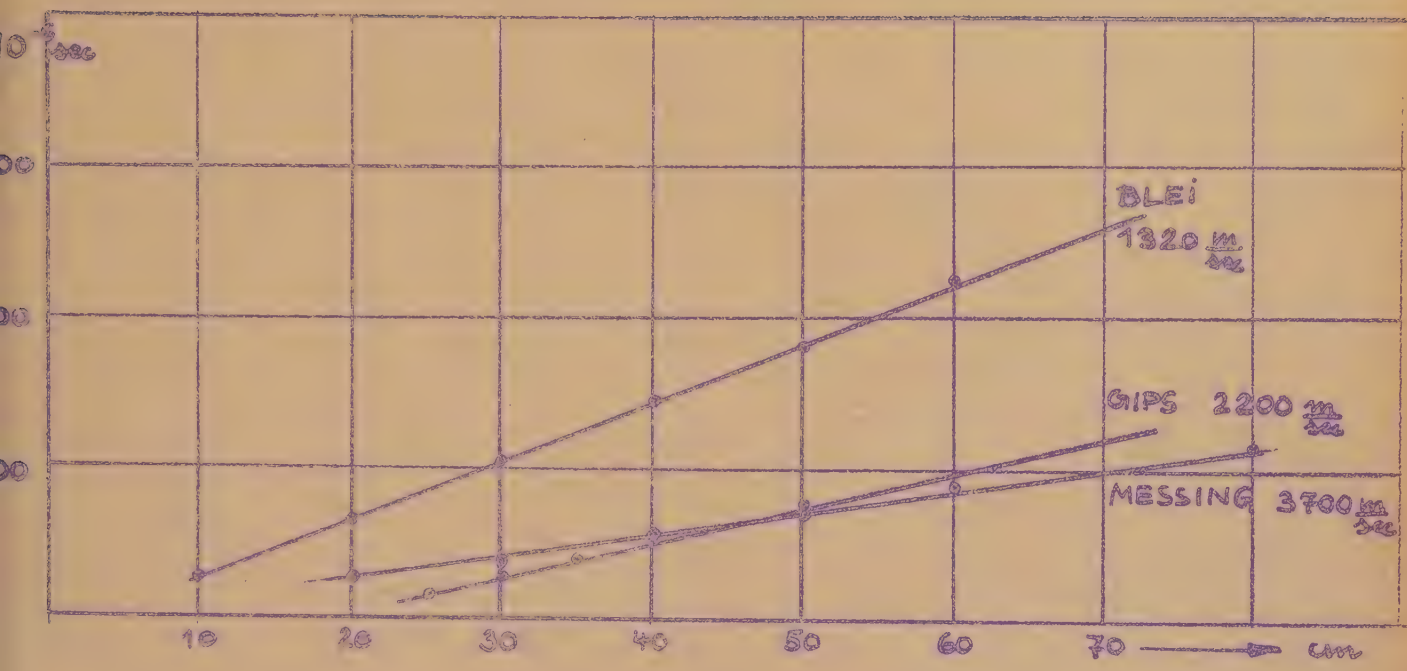


Bild 15.

Zur experimentellen Prüfung des Strahlungs-Regels des S-Wellen.

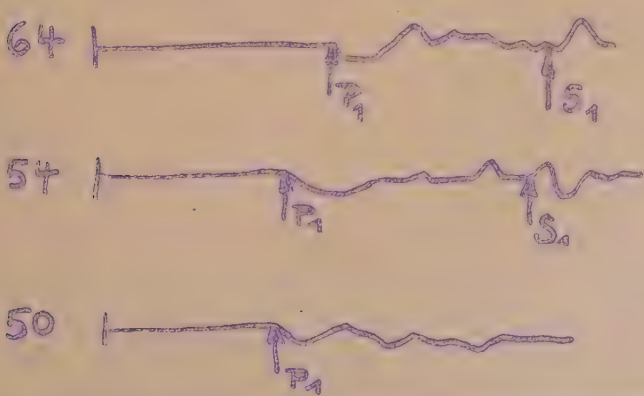


Bild 16.

Seismogramme zu Bild 15.

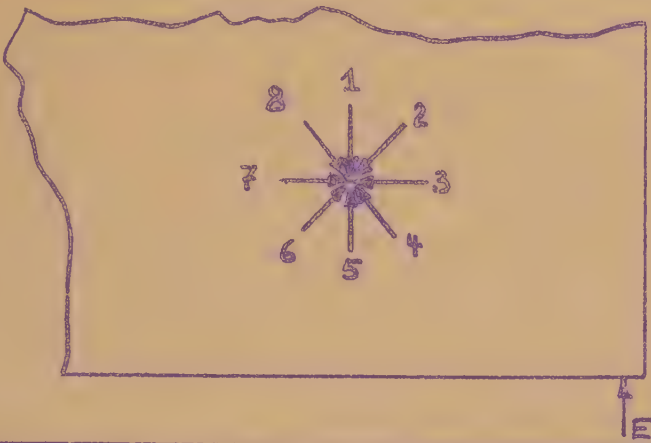


Bild 17.

Zur experimentellen
Prüfung des Strahlungs-
Regels der P-Wellen.

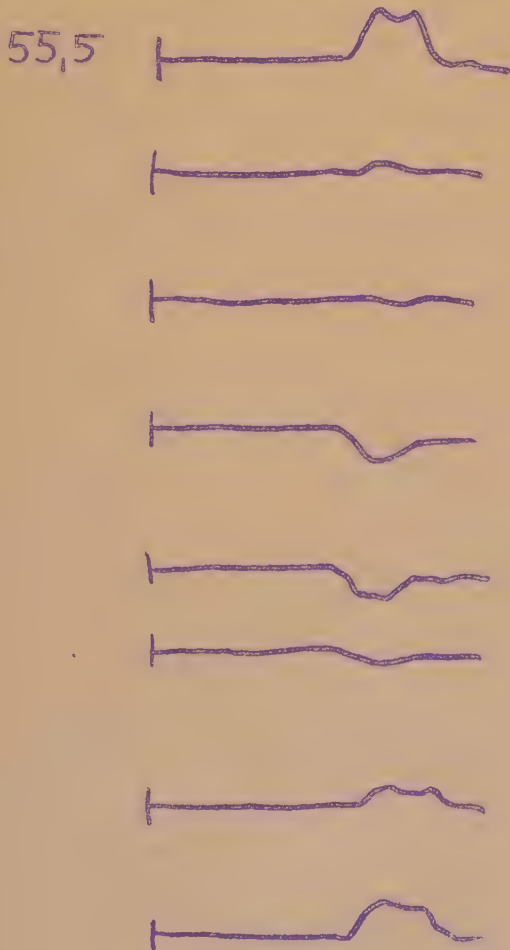


Bild 18.

Seismogramme
zu Bild 17.

gemessen. (Bild 17 und Bild 18). Eine Auswertung der Amplitude der P-Welle ergibt für die Stahlcharakteristik der P-Welle einen Verlauf nach Bild 15.

Wertet man die Verhältnisse der Amplitudenquadrate von R-Welle zu P-Welle, wie sie sich aus einer Messung nach Bild 1 ergeben in der nach Abschnitt 4.1 gegebenen Weise aus für Blei in einer SE-Entfernung von 30 cm, so findet man $W_R / W_P \approx 40/1$.

Diese rohe Abschätzung zeigt, daß ein verhältnismäßig großer Energiebetrag von den Oberflächenwellen aufgenommen wird. Ähnliche Verhältnisse liegen in der Großseismik vor.

Demit haben wir die Entstehung und Fortpflanzung von elastischen Wellen an einem einfachen Modell untersucht. Wir finden befriedigende Übereinstimmung mit den Aussagen der Theorie.

5. Die Ausbreitung eines Impulses im Horizontalmodell.

Bevor wir auf ein spezielles Modell und eine spezielle Fragestellung eingehen, eine allgemeine Vorbemerkung: Die mathematische Darstellung des erregenden Impulses (Bild 8) geschieht durch ein Fourierintegral. Dies wird, wie oben bereits erwähnt, von wesentlicher Bedeutung, wenn die erregten Wellen Dispersion zeigen. Dies ist im allgemeinen beim Horizontalmodell der Fall. Die Gruppengeschwindigkeit, die man immer misst, weil sie die Energieausbreitung beschreibt, weicht erheblich von der Phasengeschwindigkeit ab, die man allen Rechnungen zugrunde legt, und es bedarf im allgemeinen eines erheblichen mathematischen Aufwands, um den Zusammenhang zwischen Theorie und Messung einwandfrei darzustellen.

5.1 Dünne Platten in elastischem Kontakt mit der Umgebung.

Im Horizontalmodell können wir die P-Welle des zweidimensionalen Vertikalmodells als entartete Oberflächenwelle auffassen. (H. Laub, 1904). Im folgenden wollen wir die Änderung dieser Geschwindigkeit in einer dünnen Schicht untersuchen, wenn die dünne Schicht über einem unendlichen Halbraum (Bild 19) liegt. Die bei diesem Modell verwendeten Materialien haben wir, entsprechend den Verhältnissen, wie sie in der Natur meist vorliegen, gewählt: nämlich eine dünne Platte mit kleineren Wellen-

Ausbreitungsgeschwindigkeit über einen Halbraum als größerer Ausbreitungsgeschwindigkeit. Dieser Modellfall der dünnen Platte über dem unendlichen Halbraum ist ein Spezialfall des allgemeinen Modells des geschichteten Halbraums. Hier zeigen bekanntlich die R-Wellen im Gegensatz zum freien unendlichen Halbraum Dispersion. (Lord Rayleigh, 1885). Die mathematische Durchrechnung dieses Falls ist bekannt und führt, wenn man die Dichte D des oberen Mediums gegen C gehen läßt, zu nachstehendem Ausdruck für die Geschwindigkeit c :

$$\left(2 - \frac{c^2}{v_1^2}\right)^2 = 4 \sqrt{(1 - c^2/v_1^2)(1 - c^2/v_2^2)}$$

(Die gestrichelten Größen beziehen sich auf den unendlichen Halbraum, die ungestrichelten auf die dünne Platte.)

Diese Gleichung gibt nichts anderes als die Geschwindigkeit der Oberflächentelle im unendlichen Halbraum allein, d.h. es ist

$$c = v_2(R_2)$$

Eine genauere Analyse, bei welcher in der allgemeinen Formel die ersten Potenzen von D/Λ berücksichtigt werden, ergibt, da die Platte bereits sehr dünn ist, nur eine geringe Änderung der Geschwindigkeit gegenüber dem Fall für $D = 0$. Daraus ergibt sich, daß eine einem Halbraum überlagerte dünne Platte, in der die Wellengeschwindigkeit kleiner als im Halbraum selbst ist und deren Dicke D klein gegen die Wellenlänge ist, annähernd dieselbe Geschwindigkeit zeigt wie der Halbraum allein; die Platte macht also einfach die Wellenbewegung des Halbraums mit.

Experimentell gingen wir so vor: Wir kitteten die Bleiplatte in der Mitte an einen Gipsquader (Bild 19). Bild 20 gibt die Seismogramme wieder, Bild 21 die Laufzeitkurve. Seismogramme und Laufzeitkurve zeigen deutliche Unterschiede gegenüber der freien Platte (vergleiche Bild 13), wo die Welle ins Gebiet des Gipsquaders eintritt. Hier läuft sie mit größerer Geschwindigkeit, diese steigt von 1350 m/sec auf ca. 2100 m/sec.. Wenn wir die Werte von v_1 und v_2 für Gips aus der Literatur übernehmen (Kern, Ultraschall, Springer Verlag), ergibt sich c für $D = 0$ zu ca. 2150 m/sec., für $D = 0,1$ cm zu ca. 1850 m/sec. Wir haben also befriedigende Übereinstimmung.

Aus den Seismogrammen sieht man weiter, daß die Amplitude der Welle beim Eintritt in das Gebiet des Gipsquaders abnimmt.

Bild 19.

Realisierung der Modellan-
ordnung dünne Schicht
über unendlichem Halbraum.

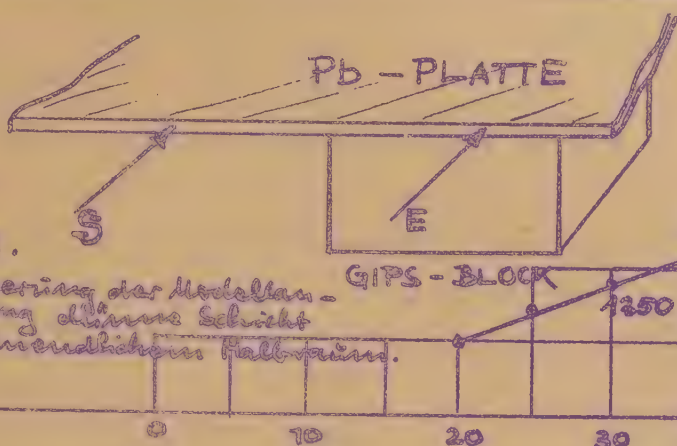


Bild 21.

Laufzeitkurve zu
nebenstehendem
Modell

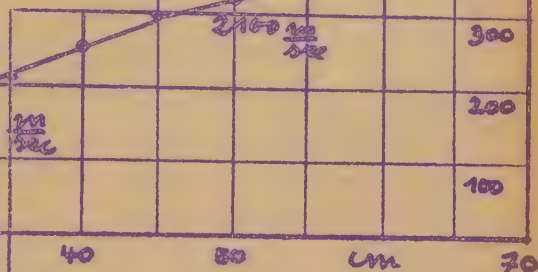
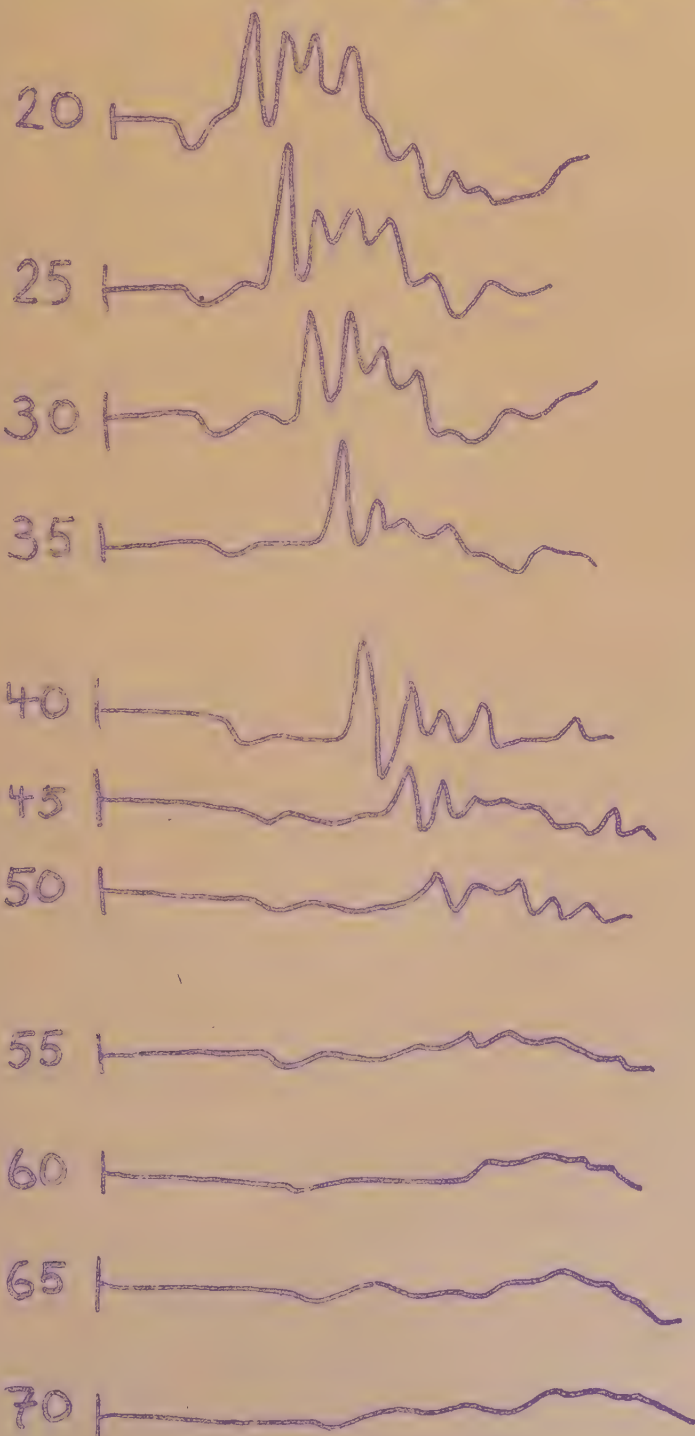


Bild 20.

Seismogramme
zu Bild 19.



Dies ist verständlich, weil die Welle sich jetzt auch im Gips ausbreitet.

Aus dieser Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment entnehmen wir, daß man mit entsprechenden Modellen in der Lage sein müßte, die gesamte Theorie des Rayleigh-Mechanismus (K. Sezawa, 1935 u. A. Korschunow 1954) einer genauen experimentellen Prüfung zu unterziehen.

5.2 Gebogene Platten.

Weiter wurde in einem Horizontalmodell der Fall untersucht, ob und wie sich Form und Geschwindigkeit der P-Welle ändern, wenn die Platte gebogen ist, d.h. wenn in der Platte beliebige Verspannungen und Verformungen vorhanden sind. Dieser Fall ist in der Praxis von Bedeutung (Faltungen). Dazu wurde wieder eine Bleiplatte ($D = 0,1 \text{ cm}$) verwendet und, wie in Bild 22 angegeben, wellenförmig gebogen. Bild 23 gibt die Seismogramme. Allgemein läßt sich folgendes erkennen: Die Einsätze der P-Welle werden um so undeutlicher, je mehr das Material gebogen ist, die Geschwindigkeit ändert sich nicht. Eine theoretische Begründung für diesen Sachverhalt steht noch aus.

5.3 Das Verhalten der P-Welle beim Übergang von R_2 zum R_3 .

Wir wollen im Horizontalmodell folgende Fragestellung untersuchen: Wie verhält sich die Geschwindigkeit der P-Welle, wenn man die Plattendicke successive erhöht? Es ist folgender Prozess gemeint: Bei dünnen Platten pflanzt sich die P-Welle mit der Geschwindigkeit $v_P(R_2)$ fort, bei unendlich dicken Platten pflanzt sich die P-Welle mit der Geschwindigkeit $v_P(R_3)$ fort. Wie verhält sich die P-Welle im Zwischengebiet?

Dieses Problem wurde bisher nicht aufgegriffen und theoretisch behandelt. Bekannt ist lediglich der Geschwindigkeitsverlauf der Oberflächenwelle als Funktion der Plattendicke (H. Lamb, 1917): Für $D \gg \Lambda$ bzw. $D \rightarrow \infty$, d.h. den unendlichen Halbraum, ergeben sich die bekannten Rayleigh-Wellen, deren Geschwindigkeit etwas kleiner als die Geschwindigkeit der S-Welle ist. Für $D \ll \Lambda$ bzw. $D \rightarrow 0$, d.h. die unendlich dünne Platte, ergibt sich eine Geschwindigkeit, die identisch ist mit $v_P(R_2)$. Man kann also



○ SENDER
X EMPFÄNGER

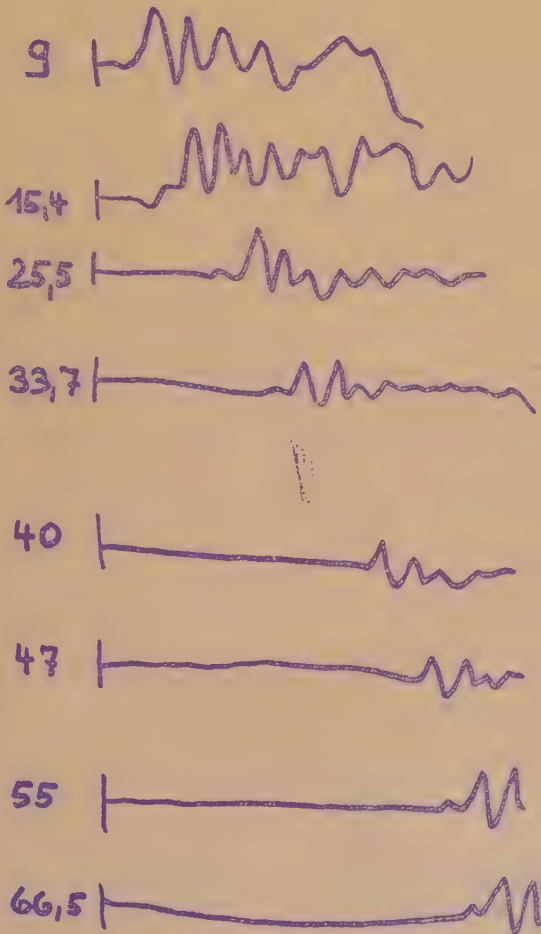
Bild 22.

Schnitt durch
die gebogene
Bleiplatte.

Bild 23.

Seismogramme
zu Bild 22.

(SE - Abstand
entlang der
Bleiplatte gemessen.



1 ZEITMARKE
38,5 msec.

in diesem Sinn die P-Welle im R_2 als enartete Oberflächenwelle auffassen (Siehe Abschnitt 5.1) (H.Lamb, 1917).

Es wurde bereits erwähnt, daß die Gleichung für die Geschwindigkeit der S-Welle, in der lediglich μ und nicht λ vorkommt, gleichermassen im R_2 und im R_3 wie auch im Übergangsgebiet gilt (Y.Kato, A.Takagi, 1956) (H.Lamb, 1917). Für die P-Welle hängt die Geschwindigkeit im R_2 wie im R_3 von μ und λ ab. Was λ anbelangt, wurde gezeigt, daß die im R_3 für die Geschwindigkeit der P-Welle gültige Formel auch im R_2 gilt, wenn man formal λ durch $\lambda_0 = \lambda / (1 + \frac{\lambda}{2\mu})$ ersetzt. Leider gelang es nicht, eine Gleichung für den Geschwindigkeitsübergang der P-Welle abzuleiten. Um aber doch zu einer theoretischen Aussage zu gelangen, wurde im folgenden ein mehr phänomenologischer Weg beschritten:

Wir nehmen für die P-Welle einen monotonen Übergang vom R_2 zum R_3 an. Da sich μ voraussetzungsgemäss nicht ändert, kann dieser Übergang allein durch ein $\lambda(D, \Lambda)$ beschrieben werden, das formal die Stelle von λ einnimmt.

Dabei muß erfüllt sein:

$$\lim_{\substack{D \rightarrow \infty \\ \text{bzw. } D \gg \Lambda}} \lambda(D, \Lambda) = \lambda$$

$$\lim_{\substack{D \rightarrow 0 \\ \text{bzw. } D \ll \Lambda}} \lambda(D, \Lambda) = \lambda_0$$

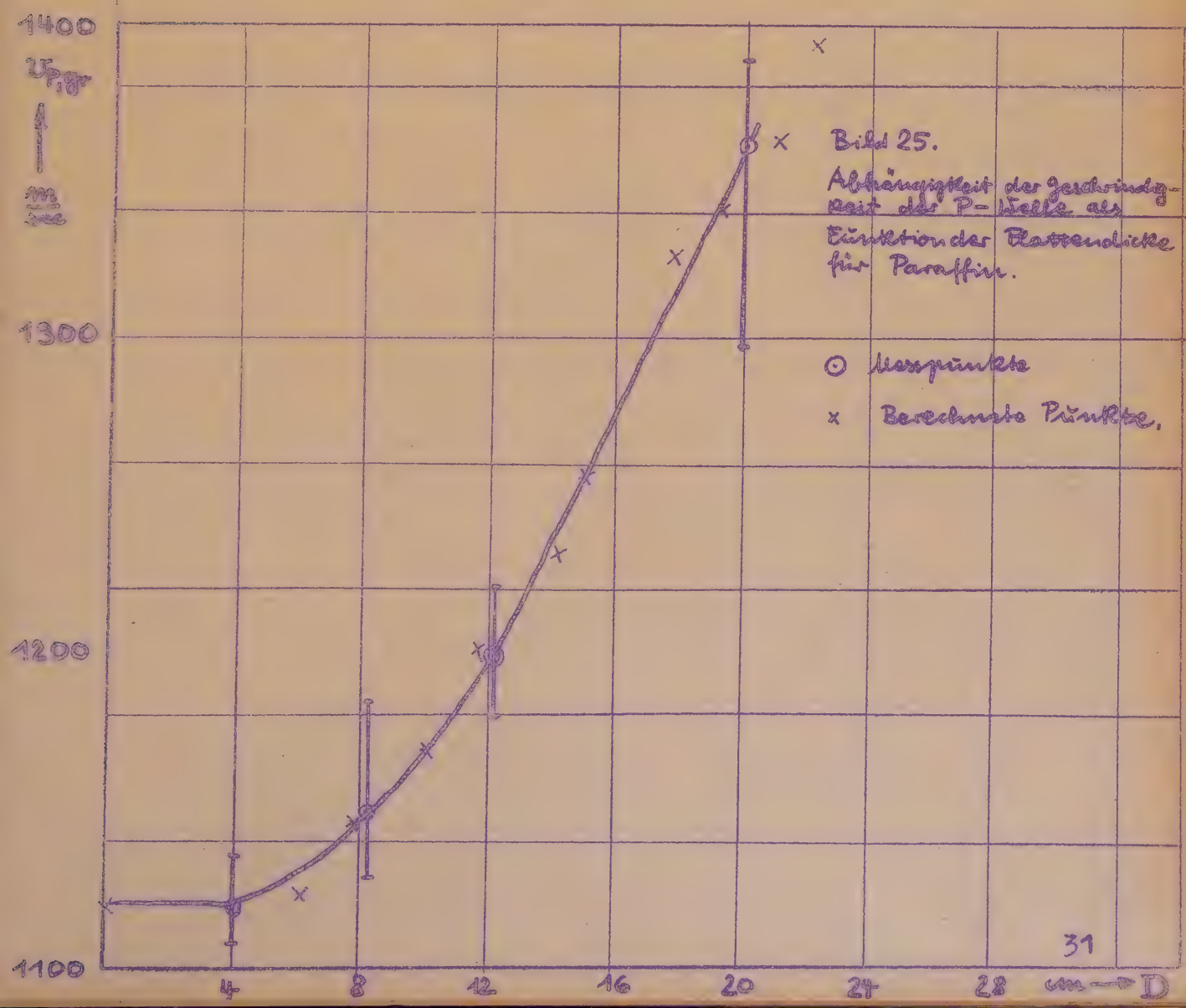
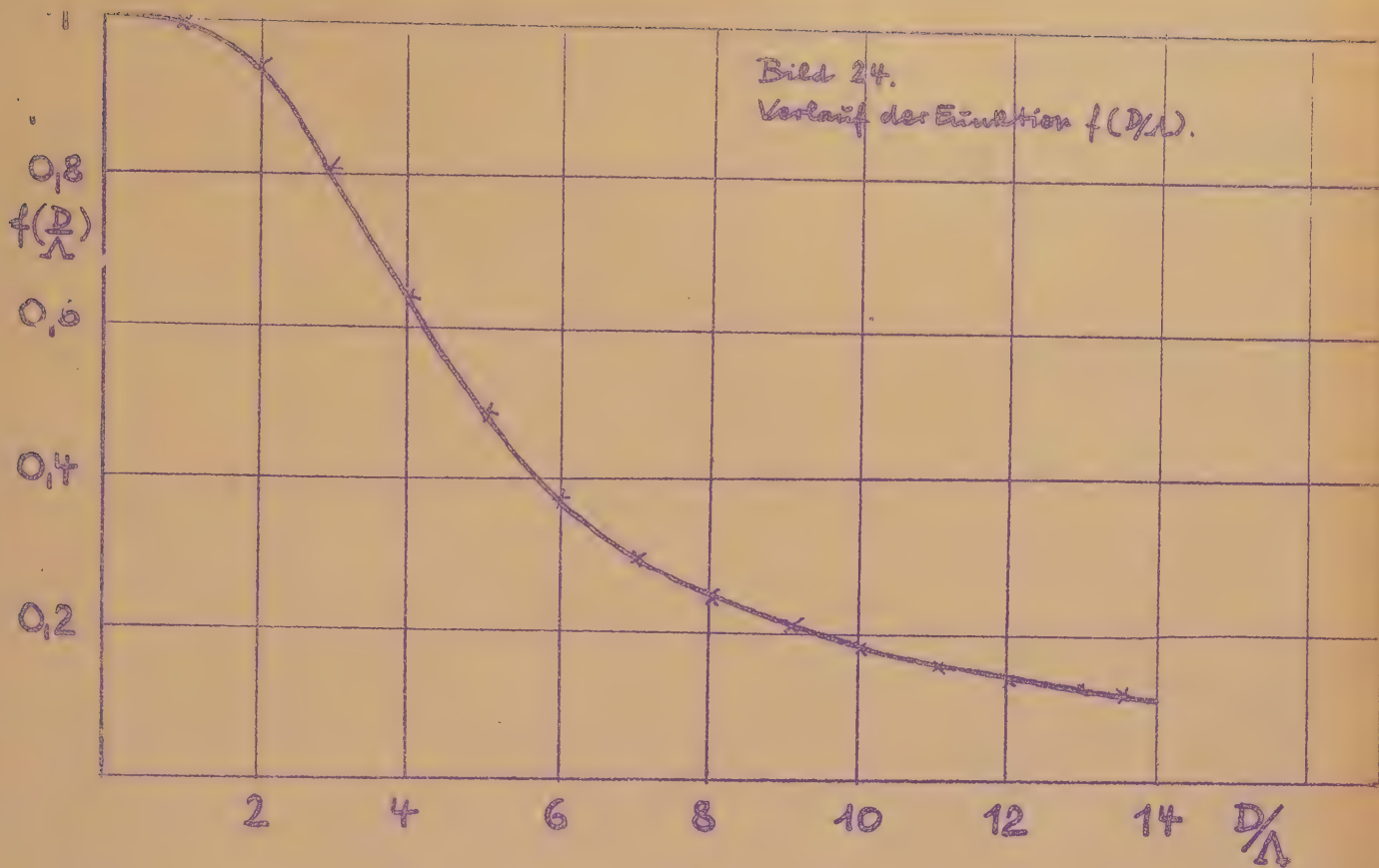
Dies wird erreicht durch folgende Darstellung:

$$\lambda(D, \Lambda) = \frac{\lambda}{1 + \frac{\lambda}{2\mu} \cdot f(D, \Lambda)}$$

wobei $\lim_{\substack{D \rightarrow \infty \\ \text{bzw. } D \gg \Lambda}} f(D, \Lambda) = 0$ $\lim_{\substack{D \rightarrow 0 \\ \text{bzw. } D \ll \Lambda}} f(D, \Lambda) = 1$

Die Funktion $f(D, \Lambda)$ hängt nur von der Plattendicke D und der Wellenlänge Λ ab; λ und μ kommen darin nicht vor. Hat man $f(D, \Lambda)$ einmal bestimmt, muß sie also für alle Materialien und Frequenzen gleichermassen gelten. Mit dieser jetzt bekannten Funktion $f(D, \Lambda)$ kann man für ein beliebiges Material den Geschwindigkeitsübergang vom R_2 zum R_3 für beliebige D, Λ berechnen. Dies geschieht mittels der Beziehung

$$v_p(D, \Lambda) = \sqrt{\frac{2\mu + \lambda(D, \Lambda)}{5}} = \sqrt{\frac{2\mu + \lambda / (1 + \lambda / (2\mu + f(D, \Lambda)))}{5}}$$



Zur Bestimmung von $f(D, \Lambda)$ wird sinnvollerweise als Funktion des Verhältnisses D/Λ bestimmt, d.h., der in Einheiten der Wellenlänge gemessenen Schichtdicke. Für Paraffin wurden experimentell die Gruppengeschwindigkeiten für verschiedene Schichtdicken gemessen. $f(D, \Lambda)$ wurden in einem successiven Näherungsverfahren so bestimmt, daß die über die Gleichung $v_p = \sqrt{(2\mu + \lambda(D, \Lambda)) / \rho}$ (v_p = Phasengeschwindigkeit) berechneten Gruppengeschwindigkeiten $v_{p, gr}$ möglichst gut mit den experimentell an Paraffin gemessenen Gruppengeschwindigkeiten übereinstimmen. (Abb. 25).

Leider läßt sich diese Funktion $f(D, \Lambda)$ nicht explizit als einfache Funktion angeben. Man muß sich mit einer graphischen Darstellung begnügen. (Bild 24). Wenngleich nur für Paraffin einige Messpunkte zur Bestimmung von $f(D, \Lambda)$ vorliegen, ist doch $f(D, \Lambda)$, wie bereits erwähnt, allgemeingültig. Selbstverständlich gilt das hier bestimmte $f(D, \Lambda)$ nur mit derselben Genauigkeit, die der Messung von $v_{p, gr}$ für Paraffin und der Anstiegsflanke des Impulses (Frequenzmessung) zugrundeliegt.

In folgenden wird als Beispiel gezeigt, wie man für ein bestimmtes Material, dessen Dichte und Lamésche Konstanten bekannt sind, den Übergang der Gruppengeschwindigkeit vom R_2 zum R_3 für eine bestimmte Frequenz f berechnet. Wir gehen aus von der Gleichung

$$v_p(D/\Lambda) = \sqrt{\frac{2\mu + \lambda / (1 + (\lambda/2\mu) \cdot f(D/\Lambda))}{\rho}}$$

durch die jedem Wert von $v_p(D/\Lambda)$ ein Wert von $f(D/\Lambda)$ eindeutig zugeordnet wird. Da $f(D/\Lambda)$ als Funktion von D/Λ bekannt ist, kann man jetzt $v_p(D/\Lambda)$ als Funktion von D/Λ bzw. $1/R$ auftragen. Mittels des Sommerfeld'schen Tangentenverfahrens (A. Sommerfeld 1949) gewinnt man daraus $v_{p, gr}$ als Funktion von Λ/D . Schliesslich liefert die Beziehung

$$D = \frac{D/\Lambda \cdot v_p(D/\Lambda)}{f}$$

für jedes Wertetripel $D/\Lambda, v_p(D/\Lambda), v_{p, gr}(D/\Lambda)$ die für die Frequenz f zugehörige Dicke. So erhält man $v_{p, gr}$ als Funktion der Schichtdicke D .

Experimentell wurde folgendermassen vorgegangen:

Als Messobjekt wurden Paraffinplatten (Schmelzpunkt 54°C , $\rho = 0.93 \text{ gr/cm}^3$) folgender Größe verwendet:

$1 \times 30 \times 60$, $4 \times 30 \times 60$, $8 \times 30 \times 60$, $12 \times 30 \times 60$, $20 \times 30 \times 60$, alle Maße in cm. Bild 25 zeigt den aus den Laufzeitkurven gewonnenen Verlauf der Gruppengeschwindigkeit als Funktion der

Plattendicke.

Eine weitere Untersuchung dieses Fragenkomplexes an anderen Stoffen scheiterte an der Beschaffungsmöglichkeit so großer Modelle mit homogenem Aufbau. Es würde sich nun die Möglichkeit bieten, mit kleineren Modellen auszukommen, wenn man die Wellenlänge bzw. die Zeitdauer der Anstiegsflanke unseres Senders erheblich verkleinert. Dies würde aber eine bedeutende Vergrößerung des apparativen Aufwands bedeuten, sodaß davon in dieser Arbeit abgesehen werden mußte.

Inwieweit diese Änderung der Geschwindigkeit der P-Wellen aus großseismischen Untersuchungen zu entnehmen ist, konnte mangels zur Untersuchung geeigneter Seismogramme nicht festgestellt werden.

6. Zusammenfassung.

In der vorliegenden Arbeit wird der Aufbau einer Apparatur für modellseismische Untersuchungen beschrieben. In einem Vertikalmodell werden die theoretischen Grundlagen für den Abstrahlungs- und Ausbreitungsmechanismus von seismischen Wellen erarbeitet und weitgehend experimentell bestätigt. Im Horizontalmodell wird theoretisch und experimentell ein Spezialfall des geschichteten Halbraums untersucht. Auch hier ergibt sich befriedigende Übereinstimmung mit der Theorie. Es werden schließlich theoretische Überlegungen und Messungen zum Dispersionsgebiet der P-Welle beim Übergang vom R_2 zum R_3 gegeben.

P-Welle	Longitudinalwelle
S-Welle	Transversalwelle
R-Welle	Rayleighwelle, Oberflächenwelle
D	Plattendicke
d	Länge des Erregungszentrums
S	Sender
E	Empfänger
R_2	Zweidimensionaler Raum
R_3	Dreidimensionaler Raum
r	Radius, Abstand Sender-Empfänger
f	Frequenz
τ	Periode
t_a	Anstiegsflanke
W_P	Schwingungsenergie der P-Welle/Fläche
W_S	Schwingungsenergie der S-Welle/Fläche
W_R	Schwingungsenergie der R-Welle/Fläche
A	Amplitude der R-Welle
B	Amplitude der P-Welle
$\lambda_{1, \mu}$	Lamésche Konstante im R_3
$\lambda_{2, \mu}$	Lamésche Konstante im R_2
ρ	Dichte
σ	Normalspannung
ϵ	Relative Längenänderung
ϵ'	Querkontraktion
E	Elastizitätsmodul
ν	Poissonsches Verhältnis
c	Phasengeschwindigkeit einer elastischen Welle, allgemein.
$v_P(R_2)$	Phasengeschwindigkeit der P-Welle im R_2
$v_P(R_3)$	Phasengeschwindigkeit der P-Welle im R_3
v_S	Phasengeschwindigkeit der S-Welle
λ	Wellenlänge
$v_R(R_2)$	Phasengeschwindigkeit der R-Welle im R_2
$v_R(R_3)$	Phasengeschwindigkeit der R-Welle im R_3
v_{gr}	Gruppengeschwindigkeit
$v_{P, gr}$	Gruppengeschwindigkeit der P-Welle
P_1	Verschiedene Phasen des Einsatzes der P-Welle
R_1	Verschiedene Phasen des Einsatzes der R-Welle.

Literaturhinweise.

- Angenheister, G. Fortschreitende elastische Wellen in planparallelen Platten; Gerl. Beitr. z. Geophysik 61, 1950, 296.
- Bergmann Ultraschall, Springer Verlag.
- Bozorth, R. Ferromagnetism; Nostrand Company N.Y. 1951.
- Bradfield, L. Model Seismology; Nuov Cim. 7, 1950 Suppl. 2, 162.
- Bullen, K.E. An Introduction to the Theory of Seismology; Cambridge, 1947.
- Elmore, Sands, Electronic Circuits. Mac.GrawHill Book Comp.
- Förtsch, O. Untersuchungen von Biegwellen in Platten; Gerl. Beitr. z. Geoph. 61, 1950, 272.
- Förtsch, O. Beiträge zur Ausbreitung elastischer Oberflächenwellen; Zeitschr. f. Geoph. 1953, 59.
- Heelan, P.A. Radiation from a Cylindrical Source of finite Length; Geophysics 1953, p685.
- Jeffreys, C.H. Reports on Progress in Physics; (1944-1945), p79.
- Kato, Y. Model Seismology; Sc. R. Tohoku Univ., Geophysics Vol. 7, N. 3, March 1956.
- Kato, Y.; Takagi, A. Model Seismology; Science Reports of the Tohoku University; Geophysics Vol. 7, N. 1 Aug. 1955.
- Kaufmann, S.; Reeve, W.L. Laboratory Studies of Transit Elastic Waves; Third World Petroleum Congr. The Hague 1951
- Korschunow, A. Ein Beitrag zur Seismik der Lockerböden und oberflächennahen Schichten; Diss. Univ. München, 1954.
- Lamb, H. On the Propagation of Tremors over the Surface of an Elastic Solid; Phil. Transact. of the Royal Soc. Vol 203, 1904, p. 1.
- Lamb, H. On Waves in an Elastic Plate; Proc. of the Royal Soc. of London Vol 93 1917, p. 114.
- Mintrop, L. Erforschung von Gebirgszügen mittels künstlicher Erdbeben, DRP 371963/1910.

- Northwood, A. Model Seismology; Bull. S. S. A., 1953 Bd. 43 p. 239.
- Lord Rayleigh On Waves propagated along the Plane Surface of an Elastic Solid; Proc. math. Soc. London, 1885, p. 4.
- Love, A. The Mathematical Theory of Elasticity; N. Y. 1954.
- Oliver, J.; Press, F. u. Ewing, M. Two Dimensional Seismology; Geophysics 1954, p. 202.
- Reich, H., Schweydar Künstliche elastische Wellen als Hilfsmittel geologischer Forschung; Beiträge zur Geophysik. 1927, Bd. 17, 121.
- Riznichenko, Die modellseismischen Wellen; Izvestiya Akad. Nauk. SSSR. Vol. 5, 1951.
- Rodbell, D., Bean, C. Influence of Pulsed Magnetic Fields on the Reversal of Magnetization; J. appl. Phys. Vol. 26, n. 11, Nov. 1955.
- Röslar, R. Experimentelle Untersuchungen zur Abhängigkeit der Schallgeschwindigkeit von der Druckbeanspruchung; Freiburger Forschungshefte, 1954 C 12.
- Sachse, H. Ferroelektrika; Springer Verlag 1956.
- Salier, M. Bedeutung der Strahlversetzung für seismische Wellen; Diss. Univ. München 1957.
- Sauter, F. Bemerkungen zur Schwingungstheorie dünner elastischer Platten; Z. f. Naturw. Bd. 3a 1948, p. 448.
- Sezawa, K. Dispersion of El. Waves prop. on the Surface of Str. Bodies and on curved Surfaces; Bull. Earthqu. Res. Inst. Tokyo, Vol III, 197.
- Sezawa, K., Katsy, K. Discontinuity in the Dispersion-curves of Rayleigh-Waves; Bull. Earthqu. Inst. Tokyo, Vol VIII 1935, 237.
- Sezawa, K. On the Relation betw. Seismic Orgins and Radiated Waves; Bull. Earth. Res. Inst. Tokyo 1936, 14.
- Sommerfeld, A. Mechanik der deformierbaren Medien. Akad. Verlagsgesellschaft, Leipzig 1949.

Lebenslauf

Ich bin am 19. Mai 1929 als Sohn des Diplomkaufmanns Hanns Buser und seiner Ehefrau Sofia Buser, geb. Rinderle, in Ludwigshafen am Rhein geboren. Von 1936 bis 1939 besuchte ich die Volksschule in Günzburg, Augsburg und München.

1939 - 1948

Besuch des Maximiliansgymnasiums in München und des Staatsgymnasiums in Salzburg.

Im SS 1949

begann ich das Studium der Physik an der Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität München.

Nach Ablegung der Diplom-Haupt-Prüfung in Physik war ich im Zentrallabor der Fa. Siemens & Halske als Laboringenieur

von 1954 -

31.11.1956

in der Entwicklung von elektronischen Rechenmaschinen tätig. In diese Zeit fällt auch die Bearbeitung der Probleme für die vorliegende Arbeit, die ich als wissenschaftlicher Assistent am I. Physikalischen Institut der Universität München beenden konnte.

